

2-2-1- متجهة السرعة اللحظية :

يمكن تحديد متجهة السرعة اللحظية لمركز القصور G لجسم صلب في لحظة t_i بتحديد متجهة السرعة المتوسطة للنقطة G بين t_{i-1} و t_{i+1} جد متقاربتيين و تؤطران t_i .

$$\vec{v}_G(t_i) = \vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{G_{i-1}G_{i+1}}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{\overrightarrow{OG_{i+1}} - \overrightarrow{OG_{i-1}}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t}$$

ولكي نحصل على السرعة اللحظية يجب أن تكون $\Delta t \rightarrow 0$

و بالتالي ، نبرهن في الرياضيات أن : $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \overrightarrow{OG}}{\Delta t} \right) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

$$\vec{v}_G(t_i) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \quad \text{إذن :}$$

تعريف

في مرجع معين ، تساوي متجهة السرعة اللحظية لمركز القصور G لجسم

صلب المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة الموضع : $\vec{v}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$

وحدة قياس السرعة في (ن، ع) هي : المتر على الثانية $m \cdot s^{-1}$.

مميزات متجهة السرعة اللحظية :

- ❖ الأصل : النقطة G مركز قصور المتحرك عند اللحظة t .
- ❖ الاتجاه : المماس للمسار في النقطة G .
- ❖ المنحى : منحى الحركة.

$$\vec{v}_{G_i} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{t_{i+1}-t_{i-1}} = \frac{G_{i-1}G_{i+1}}{2\tau} \quad \text{❖ المنظم : عمليا نحدده بـ}$$

تعبير متجهة السرعة اللحظية في معلم ديكارتي :

لدينا $\overrightarrow{OG} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$ ونعلم أن $\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k}$

و $\vec{V}(t) = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k}$ إذن $v_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$ و $v_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}$ و $v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}$

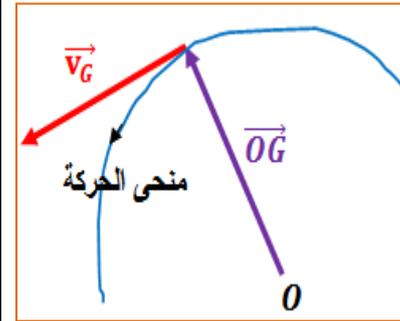
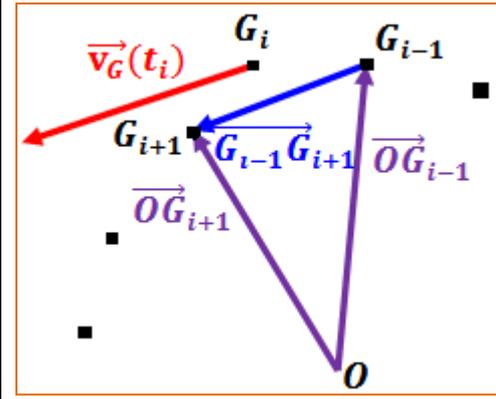
حيث v_x و v_y و v_z تمثل الإحداثيات الديكارتية لمتجهة السرعة .

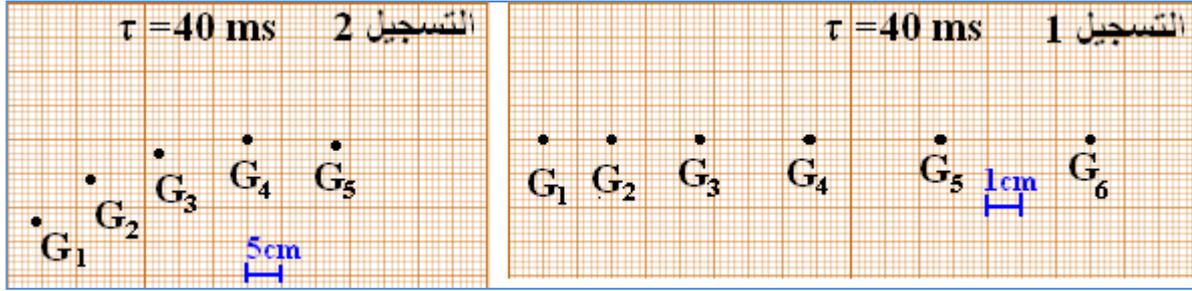
3-1- متجهة التسارع :

ندرس حركة مركز قصور الحامل الذاتي حسب التجربتين التاليتين :

تجربة 1 : نطلق بدون سرعة بدئية الحامل الذاتي فوق المنضدة الهوائية المائلة بالزاوية $\alpha = 10^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، ونسجل في نفس الوقت ، مواضع مركز قصوره G في مدد زمنية متتالية و متساوية τ . (التسجيل 1)

تجربة 2 : نضبط المنضدة في وضع أفقي ونثبت الحامل الذاتي بخيط غير مدود طرفه الثاني مثبت بحامل ، ونجره بطريقة ما ، ونسجل من جديد مواضع G في مدد متتالية و متساوية τ . (التسجيل 2)

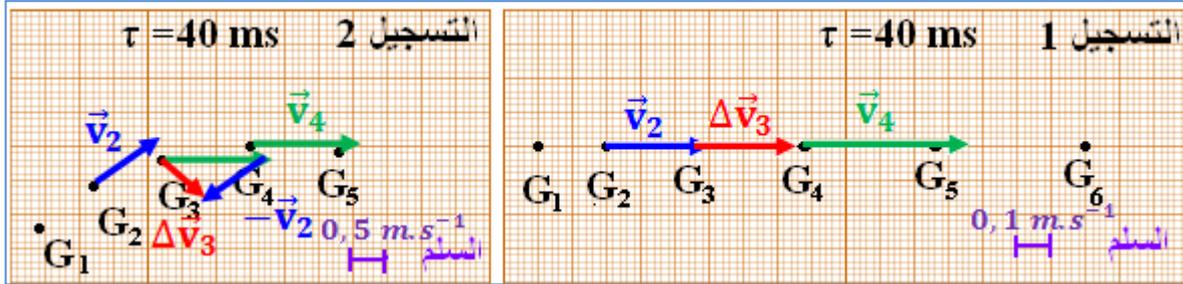




أ- احسب بالنسبة لكل تسجيل V_2 و V_4 سرعة G مركز قصور الحامل الذاتي في الموضعين G_2 و G_4 .

| V_4 | V_2 | |
|--|--|-----------|
| $V_4 = \frac{G_3 G_5}{t_5 - t_3} = \frac{G_3 G_5}{2\tau} = \frac{3,5 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}}$ $V_4 = 0,44 \text{ m.s}^{-1}$ | $V_2 = \frac{G_1 G_3}{t_3 - t_1} = \frac{G_1 G_3}{2\tau} = \frac{2,3 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}}$ $V_2 = 0,29 \text{ m.s}^{-1}$ | التسجيل 1 |
| $V_4 = \frac{\widehat{G_3 G_5}}{t_5 - t_3} \approx \frac{G_3 G_5}{2\tau} = \frac{2,6 \times 5 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}}$ $V_4 = 1,62 \text{ m.s}^{-1}$ | $V_2 = \frac{\widehat{G_1 G_3}}{t_3 - t_1} \approx \frac{G_1 G_3}{2\tau} = \frac{2 \times 5 \cdot 10^{-2}}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}}$ $V_2 = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$ | التسجيل 2 |

ب- مثل المتجهتين \vec{V}_4 و \vec{V}_2 بالنسبة لكل تسجيل باستعمال سلم مناسب. ثم مثل في الموضع G_3 المتجهة $\Delta \vec{V}_3 = \vec{V}_4 - \vec{V}_2$.



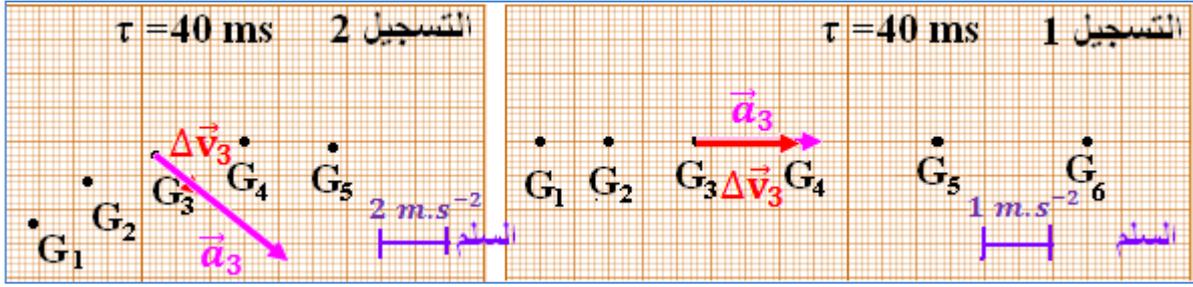
ج- قس طول المتجهة $\Delta \vec{V}_3$ ، واستنتج منظما $\|\Delta \vec{V}_3\|$.

| منظما $\ \Delta \vec{V}_3\ $ | طول المتجهة $\Delta \vec{V}_3$ | |
|---|--------------------------------|-----------|
| $\ \Delta \vec{V}_3\ = 1,5 \times 0,1 = 0,15 \text{ m.s}^{-1}$ | 1,5 | التسجيل 1 |
| $\ \Delta \vec{V}_3\ = 0,8 \times 0,5 = 0,40 \text{ m.s}^{-1}$ | 0,8 | التسجيل 2 |

د- نعين مبيانيا، متجهة التسارع \vec{a}_i في نقطة G_i من المسار، باستعمال العلاقة التقريبية التالية:
 احسب منظم المتجهة \vec{a}_3 ثم مثلها باستعمال سلم مناسب، $\vec{a}_i = \frac{\Delta \vec{V}_i}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

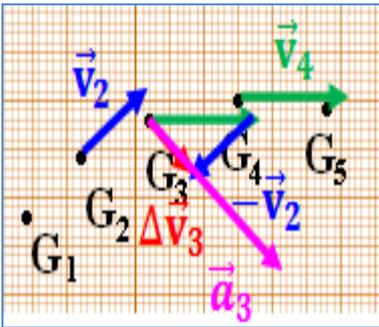
بالنسبة للتسجيل 1، لدينا $\|\vec{a}_3\| = \frac{\|\Delta \vec{V}_3\|}{\Delta t} = \frac{\|\Delta \vec{V}_3\|}{2\tau} = \frac{0,15}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 1,87 \text{ m.s}^{-2}$

بالنسبة للتسجيل 2، لدينا $\|\vec{a}_3\| = \frac{\|\Delta \vec{V}_3\|}{\Delta t} = \frac{\|\Delta \vec{V}_3\|}{2\tau} = \frac{0,40}{2 \times 40 \cdot 10^{-3}} = 5,00 \text{ m.s}^{-2}$



1-3-1- تعريف:

يعبر رياضيا عن متجهة التسارع بالعلاقة : $\vec{a}_G(t_i) = \vec{a}_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{V}_G}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{V}_G}{dt}$



في مرجع معين ، تساوي متجهة التسارع لمركز القصور G لجسم صلب في لحظة t المشتقة بالنسبة للزمن لمتجهة السرعة في نفس اللحظة :

$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt}$ وحدة قياس التسارع في (ن،ع) هي : $m \cdot s^{-2}$.

وبما أن $\vec{V}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ فإن $\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{OG}}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2}$

1-3-2- تعبير متجهة التسارع:

في معلم ديكارتي:

لدينا $\vec{OG} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$

ولدينا $\vec{V}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k}$

إذن $\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2\vec{OG}}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dv_y}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dv_z}{dt} \cdot \vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2} \cdot \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \cdot \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \cdot \vec{k}$

ونعلم أن $\vec{a}_G = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$

إذن $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$ و $a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y}$ و $a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z}$

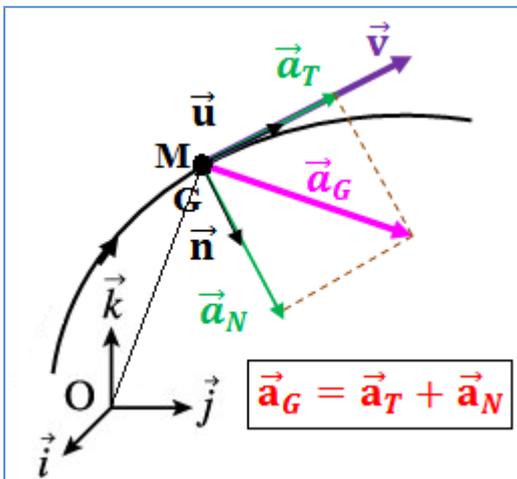
حيث تمثل a_x و a_y و a_z الإحداثيات الديكارتية لمتجهة التسارع \vec{a}_G .

في أساس فريني:

أساس فريني هو أساس للإسقاط غير مرتبط بالمرجع .

تعريف:

معلم فريني (M, \vec{u}, \vec{n}) معلم متعامد منظم ينطبق أصله في كل لحظة مع موضع النقطة المتحركة M ، ومتجهته الواحدية \vec{u} مماسة للمسار وموجهة في منحنى الحركة ، أما المتجهة الواحدية \vec{n} فتكون متعامدة مع \vec{u} وموجهة نحو تقعر المسار .



نعتبر عن متجهة التسارع \vec{a}_G في أساس فرييني ، بالنسبة لحركة مستوية كالتالي : $\vec{a}_G = \vec{a}_T + \vec{a}_N$

حيث $\vec{a}_T = a_T \cdot \vec{u}$ هي متجهة التسارع المماسي $a_T = \frac{dv_G}{dt}$

$\vec{a}_N = a_N \cdot \vec{n}$ هي متجهة التسارع المنظمي $a_N = \frac{v_G^2}{\rho}$ مع ρ هو شعاع انحناء المسار في الموضع M .

ملحوظة: نحدد طبيعة حركة النقطة المتحركة من خلال الجداء السلمي للمتجهتين \vec{a}_G و \vec{V}_G حيث :

$$\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G = \vec{a}_T \cdot \vec{V}_G = \|\vec{a}_G\| \cdot \|\vec{V}_G\| \cdot \cos(\vec{a}_G, \vec{V}_G)$$

تتعلق إشارة الجداء $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G$ بالزاوية $\alpha = (\vec{a}_G, \vec{V}_G)$.

| $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G = 0$ | $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G < 0$ | $\vec{a}_G \cdot \vec{V}_G > 0$ |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| | | |
| حركة منتظمة | حركة متباطئة | حركة متسارعة |

2- قوانين نيوتن :

لجرد القوى المطبقة على جسم ، نغزله عن باقي الأجسام المحيطة به ، فيسمى المجموعة المدروسة .
القوة الخارجية هي القوة التي يطبقها جسم لا ينتمي إلى المجموعة المدروسة على هذه المجموعة .
القوة الداخلية هي القوة التي يطبقها جسم ينتمي إلى المجموعة المدروسة على جزء من هذه المجموعة .
إذا كان مجموع القوى الخارجية المطبقة على مجموعة ما منعدما ($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$) ، نقول إن هذه المجموعة شبه معزولة ميكانيكيا .

1-2- القانون الأول لنيوتن : مبدأ القصور

في معلم غاليلي ، إذا كان المجموع المتجهي للقوى الخارجية المطبقة على جسم صلب منعدما

($\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$) ، فإن متجهة السرعة \vec{V}_G لمركز القصور G للجسم الصلب تكون ثابتة

($\vec{V}_G = c\vec{t}\vec{e}$) أي يكون G إما ساكنا أو في حركة مستقيمة منتظمة ، وفي المقابل ، إذا كانت

متجهة السرعة لمركز قصور الجسم الصلب ثابتة ، فإن المجموع المتجهي للقوى الخارجية

المطبقة على الجسم منعدم . $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}_G = c\vec{t}\vec{e}$

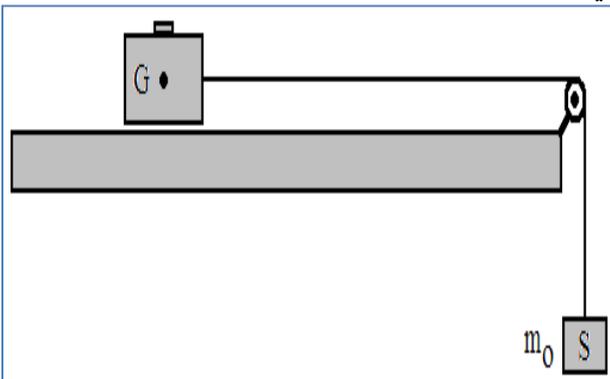
نص القانون

ملحوظة: المعلم غاليلي هو معلم يتحقق فيه مبدأ القصور .

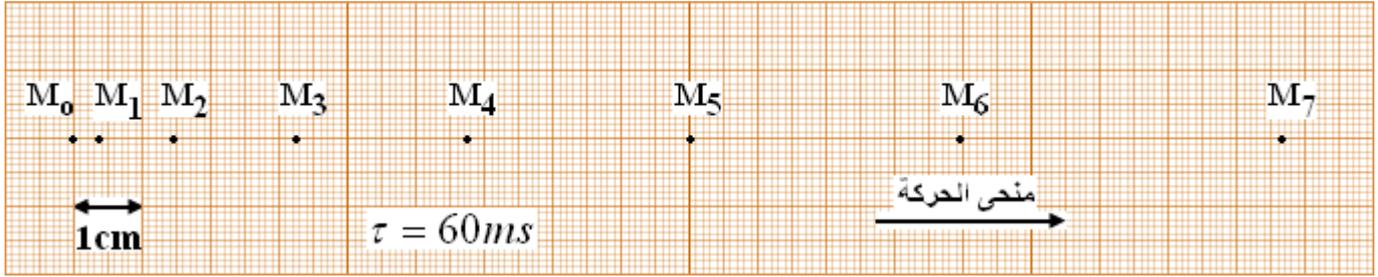
نعتبر كل معلم في إزاحة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم غاليلي ، معلما غاليليا كذلك .
لا يتحقق مبدأ القصور إلا في المعالم الغاليلية .

2-2- القانون الثاني لنيوتن : القانون الأساسي للتحريك

نضع حاملا ذاتيا كتلته $m = 500 \text{ g}$ فوق منضدة هوائية أفقية ، ونربطه بواسطة خيط ذو كتلة مهملة وغير مدود يمر عبر مجرى بكرة ويحمل في طرفه الآخر جسما صلبا (S) كتلته $m_0 = 100 \text{ g}$. نحرر الجسم (S) بدون سرعة بدئية ونسجل مواضع مركز القصور G للحامل



الذاتي خلال مدد زمنية متتالية ومتساوية قيمتها $\tau = 60 \text{ ms}$ نأخذ : $g = 10 \text{ N.kg}^{-1}$
 نحصل على التسجيل التالي :



أ- اجرد القوى المطبقة على الحامل الذاتي ، كم يساوي المجموع المتجهي $\sum \vec{F}_{ext}$ لهذه القوى ؟

المجموعة المدروسة : { الحامل الذاتي }

جرد القوى : وزنه \vec{P} وتأثير السطح \vec{R} و توتر الخيط \vec{T}

إذن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{T}$ لأن $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

ب- حدد مميزات القوة المكافئة لـ $\sum \vec{F}_{ext}$.

مميزات $\sum \vec{F}_{ext}$ هي مميزات \vec{T} ، أي :

❖ الأصل : نقطة التماس بين الحامل الذاتي و الخيط .

❖ الاتجاه : الموازي للمسار .

❖ المنحى : منحى الحركة (نحو البكرة) .

❖ المنظم : الخيط غير مدود وكتلته مهملة ، إذن $\|\sum \vec{F}_{ext}\| = T = T' = P_0 = m_0 \cdot g = 1 \text{ N}$

ج- إملأ الجدول التالي :

| M7 | M6 | M5 | M4 | M3 | M2 | M1 | M0 | النقطة M_i |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|---------------------------------------|
| 0,42 | 0,36 | 0,30 | 0,24 | 0,18 | 0,12 | 0,06 | 0 | اللحظة (s) t_i |
| | 0,717 | 0,592 | 0,483 | 0,367 | 0,233 | 0,117 | | السرعة $V_i(m/s)$ |
| | | 0,23 | 0,23 | 0,25 | 0,25 | | | $\Delta v_i = v_{i+1} - v_{i-1}$ |
| | | 1,92 | 1,92 | 2,08 | 2,08 | | | $\frac{\Delta v_i}{2\tau} (m.s^{-2})$ |

د- كيف يتغير المقدار $\frac{\Delta v_i}{\tau}$ مع الزمن ؟ استنتج مميزات المتجهة $m \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau}$.

من خلال الجدول ، نلاحظ أن المقدار $\frac{\Delta v_i}{2\tau}$ يبقى ثابتا حيث $\frac{\Delta v_i}{2\tau} = \frac{2,08+1,92}{2} = 2 \text{ m.s}^{-2}$

وبالتالي مميزات المتجهة $m \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau}$ هي :

❖ الأصل : الموضع M_i .

❖ الاتجاه : الموازي للمسار .

❖ المنحى : منحى الحركة (نحو البكرة) .

❖ المنظم : $\|m \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau}\| = m \frac{\|\Delta \vec{v}_i\|}{2\tau} = m \frac{\Delta v_i}{2\tau} = 0,5 \times 2 = 1 \text{ kg.m.s}^{-2}$

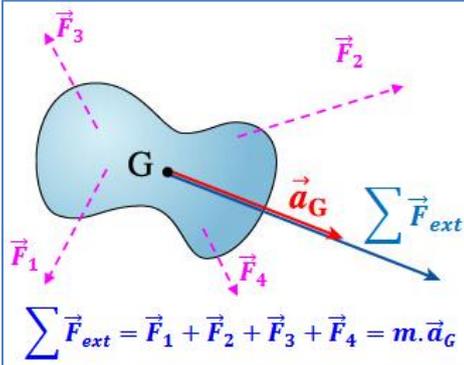
هـ- قارن مميزات المتجهين $m \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau}$ و $\sum \vec{F}_{ext}$ ، ما ذا تستنتج ؟

نلاحظ أن المتجهين $m \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau}$ و $\sum \vec{F}_{ext}$ لهما نفس المميزات ، إذن $\sum \vec{F}_{ext} = m \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau} = m \frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t}$

و- عبر عن هذه العلاقة التي تربط المتجهين $m \frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t}$ و $\sum \vec{F}_{ext}$ عندما تؤول Δt إلى الصفر .

يعبر رياضيا عن المتجهة بالعلاقة : $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t} \right) = \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \vec{a}_i = \vec{a}_G(t_i)$

وبالتالي ، تعبير القانون الثاني لنيوتن هو : $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$



نص القانون

في معلم غاليلي ، يساوي المجموع المتجهي للقوى الخارجية المطبقة على جسم صلب جداء كتلته m ومتجهة التسارع \vec{a}_G

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G \quad \text{لمركز قصوره .}$$

ملحوظة :

يتبين من العلاقة $\sum \vec{F}_{ext} = m \frac{\Delta \vec{v}_i}{\Delta t}$ أنه بالنسبة لنفس القوة المطبقة ، كلما كانت الكتلة كبيرة كلما كان تغير متجهة السرعة خلال المدة Δt صغيرا . إذن ، **تقاوم الكتلة تغير السرعة** وبالتالي فهي تميز قصور الجسم الصلب أي الصعوبة في تغيير حركته ، مما يخول للكتلة m طابع **الكتلة القصورية** .

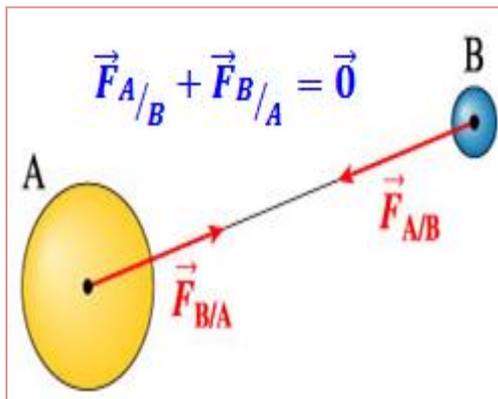
بالنسبة لجسم معزول ميكانيكيا أو شبه معزول ميكانيكيا ، يكون $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ أي $m \vec{a}_G = \vec{0}$ و $\vec{v}_G = \vec{cte}$ ، ومنه فإن **القانون الأول** (مبدأ القصور) يعتبر **حالة خاصة للقانون الثاني** (القانون الأساسي للتحريك) .

لا يطبق القانون الأساسي للتحريك إلا في المعالم الغاليلية .

النيوتن هو شدة القوة التي تحرك جسما كتلته 1 kg بتسارع 1 m.s^{-2} .

2-3- القانون الثالث لنيوتن : مبدأ التأثيرات المتبادلة

نص القانون



عندما يحدث تأثير متبادل بين جسمين A و B ، فإن القوة $\vec{F}_{A/B}$ التي يطبقها الجسم A على الجسم B و القوة $\vec{F}_{B/A}$ التي يطبقها الجسم B على الجسم A تحققان دائما العلاقة المتجهية $\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$. وذلك كيفما كانت حالة الحركة أو السكون وسواء كان المعلم غاليليا أو غير غاليلي .